



A 2018/2019. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
Döntő forduló

FIZIKA I. KATEGÓRIA

Javítási-értékelési útmutató

„És mégis forog a Föld”

Motiváció:

2019-ben ünnepeljük Eötvös Loránd halálának 100. évfordulóját. A mérési feladat az évfordulóhoz kötődik.

Napjainkban mindenki számára evidenciának tűnik, hogy a Föld forog a tengelye körül. Ez azonban egyáltalán nem volt mindig így. Elvben elképzelhető lenne, hogy ahogy azt mi „látjuk”, a Nap és a csillagok forognak a Föld körül. Ezért felmerül a kérdés, hogy honnan tudjuk, hogy forog a Föld. Ha nagyon pontosan akarunk fogalmazni, akkor az igazából mindegy, hogy mi forog mihez képest, a megfigyelt jelenségek mindkét „megközelítéssel” elvben leírhatók lennének.

Akkor miről is van itt szó? A választ Newton törvényei adják. A Newton törvények csak speciálisan választott koordináta-rendszerekben, úgynevezett inerciarendszerekben érvényesek. Az inerciarendszer egy olyan koordináta rendszer, amiben egy magára hagyott (más testekkel kölcsönhatásban nem levő) test egyenesvonalú egyenletes mozgást végez. Az ilyen koordináta rendszerben érvényes az $F = ma$, Newton II. törvénye, és persze a hatás-ellenhatás törvénye is. Ennek megfelelően kísérletileg eldönthető, hogy egy koordináta rendszer inerciarendszer-e vagy sem.

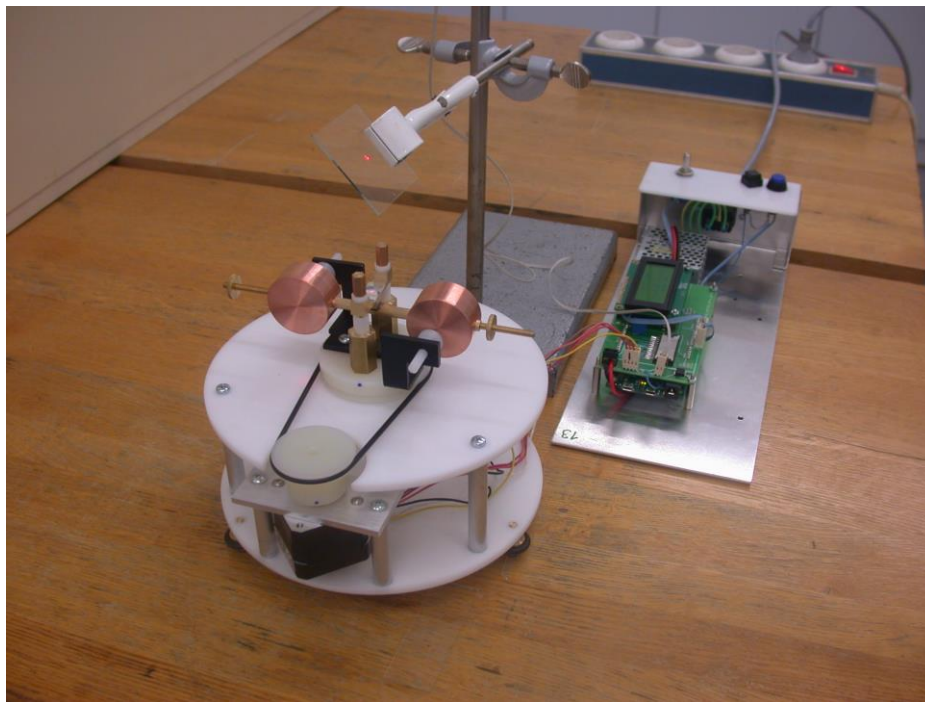
Mi történik, ha nem inerciarendszerben vagyunk? Belátható, hogy az $F = ma$ törvény ekkor is formálisan fenntartható, csak úgynevezett tehetetlenségi erőket kell bevezetni. A forgó Földön két ilyen tehetetlenségi erő lép fel. Az egyik az ún. centrifugális erő, amely arányos a kérdéses pontnak a Föld forgástengelyétől mért távolságával, a forgási szögsebesség négyzetével és a vizsgált test tömegével. Ezért a forgó Földön egy test „súlya” egyrészt a Föld gravitációs vonzó erejéből, másrészt a centrifugális erőből adódik össze.

Ha a forgó Földön egy test mozog is, akkor még egy tehetetlenségi erőt, az ún. Coriolis-erőt is fel kell venni ahhoz, hogy az $F = ma$ érvényben maradjon. A Coriolis-erő nagysága $F_c = 2m \cdot v \cdot \omega \cdot \sin\alpha$, ahol m a tehetetlen tömeg, v a test sebessége, ω a Föld szögsebessége, és α a sebesség és szögsebesség vektorok közötti szög. A Coriolis-erő merőleges a sebesség és szögsebesség vektorok által meghatározott síkra.

Az első direkt kísérleti bizonyíték a Föld forgására Foucault híres ingakísérlete volt 1851-ben. Ez úgy „működik”, hogy a lengő ingára a forgó Földön a fentiekben leírt Coriolis-erő is hat a súlyerőn és a kötélrőn kívül. A Coriolis-erő hatására az inga lengési síkja lassan elfordul. Ezt az elfordulást mutatta ki Foucault. Ha tehát a Föld nem forogna, így inerciarendszer lenne, az inga síkja nem fordulna el.

A kísérletnek van azonban egy nagy hátránya, ugyanis a szögelfordulás sebessége igen kicsi, Magyarországon 11 fok/óra. Így tehát ahhoz, hogy valamit lássunk, viszonylag sokáig kell várni. Ezt a „hátrányt” küszöböli ki az Eötvös által javasolt ún. Eötvös-mérleg, amellyel a Coriolis-erő hatása egy rezonancia jelenség révén sokkal gyorsabban is kimutatható. A mérési feladat egy némiképpen átalakított Eötvös mérlegen történik.

A mérőberendezés leírása:



1. ábra A mérőberendezés fényképe

A mérőberendezés egy rúd két végén elhelyezett két nagyobb tömegeből áll, amely két tücsapágyon billegni tud (továbbiakban „mérlegkarok”). A berendezés oldalán elhelyezett motorral a tücsapágyak alsó támasztéka forgatható. A motor fordulatszáma a berendezéshez kapcsolódó elektronikával szabályozható egy potenciométer elforgatásával. Az aktuális fordulatszám a kijelzőn megjelenik. A motor elindítása, ill. megállítása a kék nyomógomb megnyomásával történik. Az álló motor elindításakor a motor lassan veszi fel a potenciométerrel beállított értéket, mivel különben a tücsapágyak kiugornának a helyükből. Ezért indítás után meg kell várni, amíg a kijelzőn a fordulatszám „megáll”. A forgatás hatására a „mérleg” lengésbe kezd. A lengés egy, a mérlegre közepén elhelyezett tükrön visszaverődő ernyőn felfogott lézernyaláb elmozdulásával vizsgálható. A könnyebb leolvashatóság érdekében az ernyő skálával ellátott, koncentrikus köröket tartalmaz. A berendezés fölött elhelyezett lézer az elektronikán levő fekete nyomógommbal kapcsolható be és ki. A pontos méréshez a lézernyalábnak a berendezés forgástengelyébe kell esnie. Ez a mérés megkezdése előtt be van állítva, ezért ne mozgassa el sem a berendezést, sem a lézert tartó állványt!

A lengő hengerek mellett elhelyeztünk egy-egy erős mágneset. A mágneseknek a hengerektől való távolsága két határ (11 mm és 8 mm) között változtatható. A tücsapágyak végpontjának a mérlegkarok súlypontjától való távolsága is változtatható. Ehhez a mérlegkar leemelése után a csapágyakat óvatosan ki kell csavarni és kicserélni az előre elkészített távtartó gyűrűket. Három gyűrűpár áll rendelkezésre. Ezek $s = 2,35, 2,76,$ és $3,26$ mm-es súlypont forgástengely távolságokat állítanak be. Az induláskor a $2,76$ mm-es van beszerelve.

Figyelmeztetés:

Bármilyen esetleges probléma esetén forduljon a jelenlevő tanárokhoz!

A mérés elvégzéséhez 4 óra áll rendelkezésre. A feladatok megoldásához számítógép és telekommunikációs eszköz kivételével bármilyen segédeszköz használható. Ha valamelyik eszközzel problémája van, forduljon a felügyelő tanárhoz.

Mérési feladatok:

1. A rendszer csillapodásának meghatározása

A forgatás nélküli esetben a mérlegkar csillapodó rezgőmozgást végez. Az n -ik rezgés A_n maximális kitérése az

$$A_n = A_0 e^{-n\beta T}$$

képlettel adható meg, ahol A_0 a nulladik rezgés amplitúdója, T a rezgés periódus ideje, β a csillapítási tényező és $e = 2,718 \dots$ az Euler-féle szám.

A fenti képlet felhasználásával javasoljon módszert és mérje meg a rendszer β csillapítását! A mérést végezze el 11 és 8 mm-es mágnes távolságnál! Adjon magyarázatot arra, hogy mi okozza a csillapítás eltérő értékét a két esetben!

(5 pont)

Megoldás

A mellékelt stopperórával megmérjük 10 rezgés idejét. Ezután elindítunk egy lengetést és megmérjük az első és a 10. rezgés amplitúdóját. A megadott képlet szerint a csillapítási

$$\beta = \frac{1}{10T} \ln \left(\frac{A_0}{A_{10}} \right)$$

A mérés elvégzése után a 11 mm-es mágnes távolságnál $\beta = 0,012$ 1/s, míg a 8 mm-es távolságnál $\beta = 0,038$ 1/s adódik. A csillapítás növekedésének az az oka, hogy a mágneses térben mozgó hengerekben örvényáramok keletkeznek, amelyek a Lenz-törvény szerint akadályozzák a mozgást. Ez úgy jelenik meg, mint egy a légellenálláshoz képest megnövekedett csillapítás. Természetesen, ha a mágnes közelebb tesszük, akkor nagyobb a mágneses tér, és így a csillapítás is.

2. A rezonanciagörbe meghatározása

A forgatás hatására a mérlegkar lengésbe jön. A bevezetőben leírtak felhasználásával adjon kvalitatív magyarázatot erre!

(5 pont)

Megoldás:

A forgatott mérlegkaron elhelyezett testek sebessége periodikusan változik. Egy a tengelytől l távolságban levő test sebessége

$$\underline{v} = \omega l \cdot (\sin(\omega t), \cos(\omega t), 0),$$

ahol ω a forgatás körfrekvenciája. Ennek következtében a bevezetőben leírtak szerint a sebességre merőleges irányban hat rá a Coriolis-erő, amelynek eredményeként egy forgatónyomaték lép fel. Ez azt jelenti, hogy a Coriolis-erő következtében egy periodikus gerjesztés lép fel. Ezért hasonló jelenség játszódik le, mint amikor egy rugóra akasztott, vízbe mártott (ezzel csillapított) test mozog külső periodikus erő hatására. Természetesen a pontos részletek különböznek, de a jelenség ugyanaz. A mérlegkar a forgatási körfrekvenciával megegyező frekvenciájú rezgésbe jön. A rezgés amplitúdója függ a frekvenciától. Egy adott frekvenciánál, a rezonanciafrekvenciánál, az amplitúdó frekvenciagörbe egy éles maximumot mutat.

3. A rezonanciagörbe meghatározása

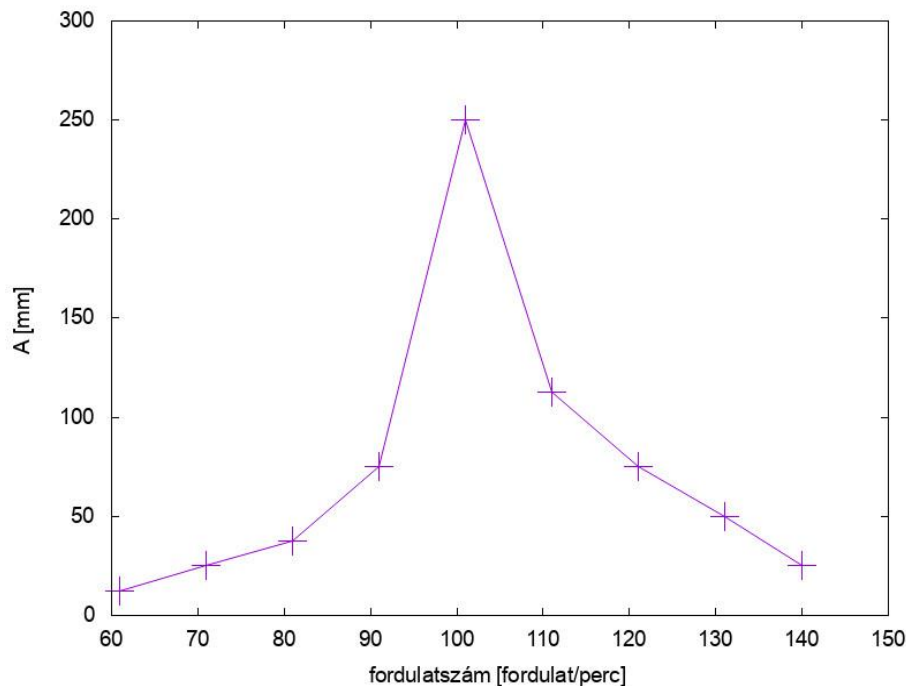
A lengés amplitúdója függ a forgatás frekvenciájától. 11 mm-es mágnesávolság és $s = 2,76$ mm mellett vegye fel a rezgés amplitúdójának a forgatási szögsebességtől való függését! A mérést a következőképpen végezze: Forgatás közben a lengés hatására az ernyőn egy olyan kettős kör jelenik meg, amely egy ponton összeér. A rezgés amplitúdójának növekedésével a kisebb kör átmérője nő. A forgatási szögsebességet lassan változtatva keresse meg a legnagyobb amplitúdóhoz tartozó forgatási sebességet! Figyeljen rá, hogy az állandó amplitúdó kialakulásához akár 1 perc is szükséges! Ekkor még nem szükséges a pontos frekvencia meghatározása, ez a mérés tájékoztató jellegű. Ezután a rezonanciagörbe felvételét úgy végezze, hogy az előző frekvencia körül pozitív és negatív irányban 10 fordulat/perc egységekben 5-5 pontban állítsa be a forgatási frekvenciát! Várja meg, amíg beáll az egyensúlyi állapot, majd a kék gomb benyomásával állítsa le a forgatást és az ernyőn gyorsan olvassa le a rezgés amplitúdóját!

A kapott amplitúdó-frekvencia összefüggést ábrázolja grafikusán és állapítsa meg a rezonanciafrekvenciát!

(8 pont)

Megoldás:

A mérés eredményeként kapott fordulatszám-rezgési amplitúdó görbe a 2. ábrán látható.



2. ábra. Az $s=2,76$ mm-es súlypont távolságnál mért fordulatszám-rezgési amplitúdó görbe (a mágnes távolság 11 mm).

A mérés szerint ennél a beállításnál a maximális rezgési amplitúdó az $n=101,3$ fordulat/min fordulatszámánál jelenik meg. A rezonanciagörbe éles, az amplitúdó az $n=107 \pm 10$ fordulat/min fordulatszámoknál kevesebb, mint felére csökken. A várakozásnak megfelelően egy rezonanciagörbe figyelhető meg.

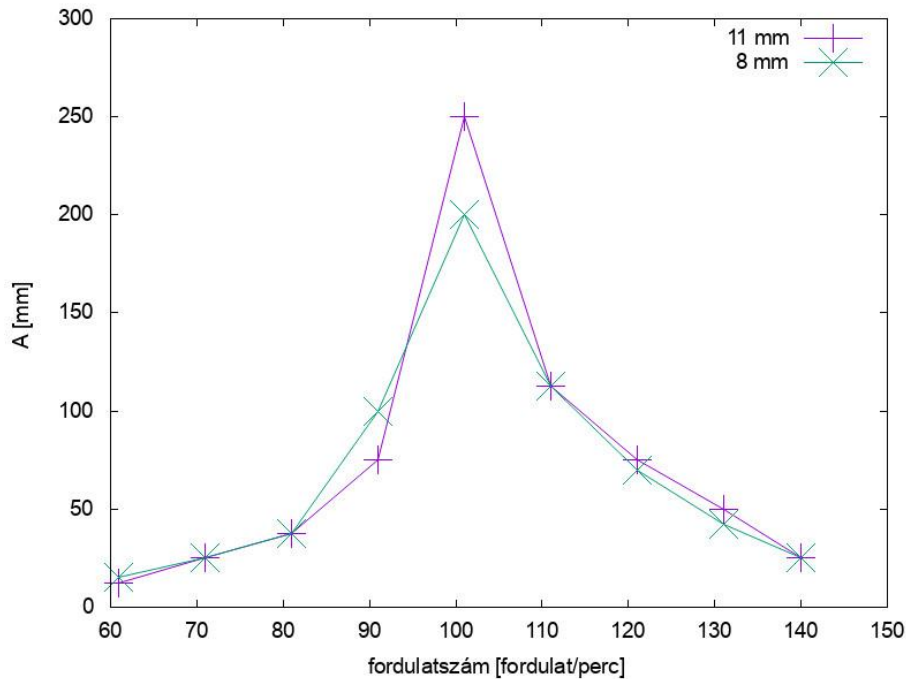
4. A csillapítás hatása

A mérést ismételve meg 8 mm-es mágnesávolságnál! Értelmezze mit tapasztalt!

(10 pont)

Megoldás:

A két mágnesávolságnál mért fordulatszám-amplitúdó görbe a 3. ábrán látható. Megállapítható, hogy ha a mágneseket közelebb visszük a csillapítás megnő. Ez a rezonanciafrekvenciát nem változtatja meg, de a rezonanciagörbe maximuma leesik, és a görbe kiszélesedik. A jelenség ugyanaz, mint a rúgóra akasztott és periodikusan gerjesztett test esetén a csillapítás növelésével kapunk.



3. ábra. Az $s=2,76$ mm-es súlypont távolságnál mért fordulatszám-rezgési amplitúdó görbe 11 és 8 mm-es mágnes távolságnál.

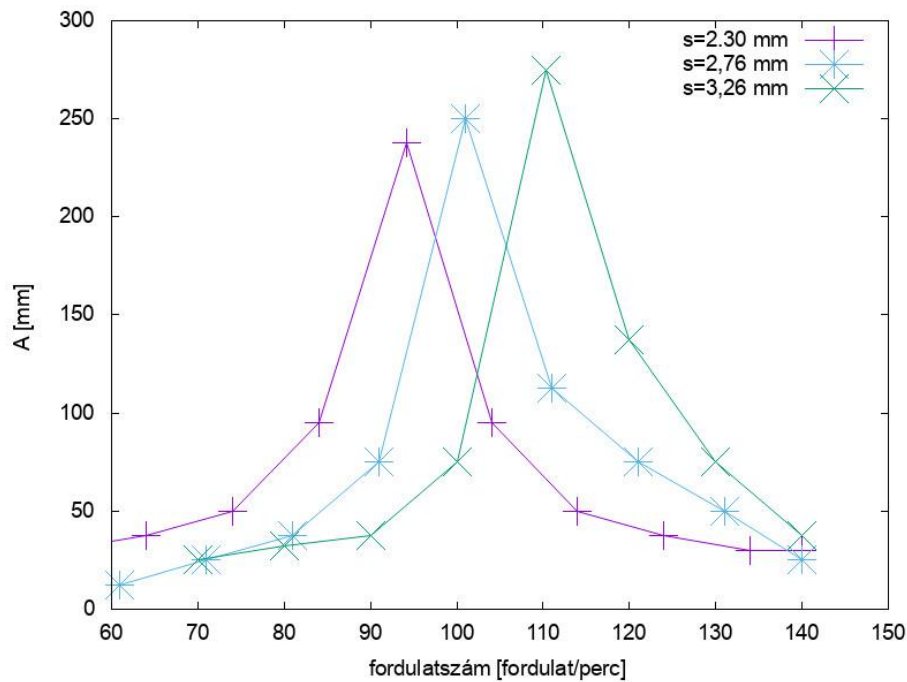
5. A súlyponttávolság hatása

11 mm-es mágnes távolságnál az $s = 2,36$ és $3,26$ mm-es esetre is ismétlje meg a mérést. Ehhez szerelje be a megfelelő távtartókat. Itt elegendő már csak 2×3 pontban mérni a rezonanciafrekvencia megkeresése után. Állapítsa meg, hogyan függ a rezonanciafrekvencia s -től!

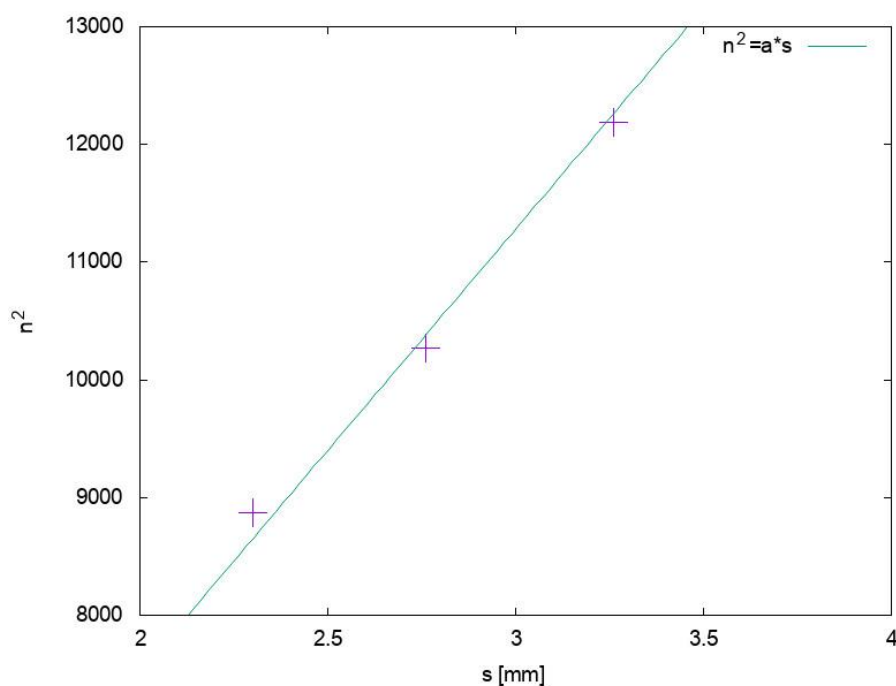
(12 pont)

Megoldás:

A három különböző súlypont-forgástengely távolságnál mért fordulatszám-amplitúdó görbe a 4. ábrán látható. A rezonanciafrekvencia függ a súlypontnak a forgástengelytől mért távolságától, s növelésével növekszik. Amint azt az 5. ábra mutatja a rezonanciafrekvencia jó közelítéssel arányos a távolság négyzetgyökével.



4. ábra. A 3 különböző s értéknél mért fordulatszám-rezgési amplitúdó görbe



5. ábra. A rezonanciafrekvencia négyzete a forgástengely-súlypont távolság függvényében.