A 2018/2019. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

FIZIKA

I. kategória

Javítási-értékelési útmutató

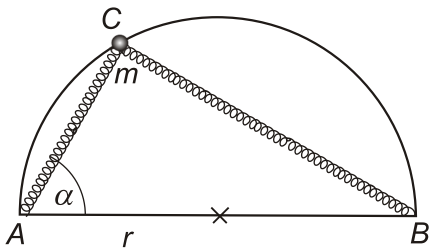
A versenyzők figyelmét felhívjuk arra, hogy áttekinthetően és olvashatóan dolgozzanak. Amennyiben áttekinthetetlen és olvashatatlan részek vannak a dolgozatban, azok az értékelés szempontjából figyelmen kívül maradnak.

1. feladat

Az ábrán látható, félkör alakú, vízszintes síkú, vékony, merev drótra egy m tömegű gyöngyszem van felfűzve, mely a dróton súrlódásmentesen csúszhat. A gyöngyszemhez két vékony húzó-nyomó rugó van erősítve, melyek másik végpontja az átmérő A, illetve B végpontjához van rögzítve. Kezdetben az egyik rugó $\alpha = 60°$-os szöget zár be az átmérővel. Ekkor mindkét rugó erőmentes. A rugók olyan rugóból készültek, amelynek rugóállandója D, ha nyújtatlan hossza r. A gyöngyöt a félkörön, az egyensúlyi helyzetből nagyon kis szöggel kitérítjük, majd magára hagyjuk.

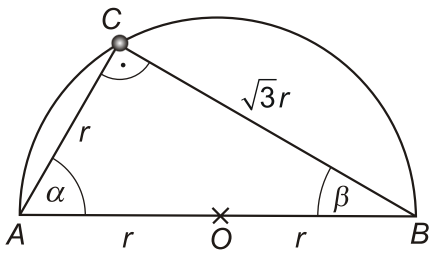
a) Mennyi idő múlva kerül először a kiindulási helyzetbe?

b) Mekkora lesz ekkor a sebessége, ha a maximális ívkitérése i_{max} volt?



1. Megoldás

Thalész-tétel alapján az ABC háromszög C csúcsánál lévő szöge derékszög, így a háromszög másik hegyesszöge az α pótszöge, vagyis $\beta = 30°$, és a hosszabbik befogó $\sqrt{3}r$.

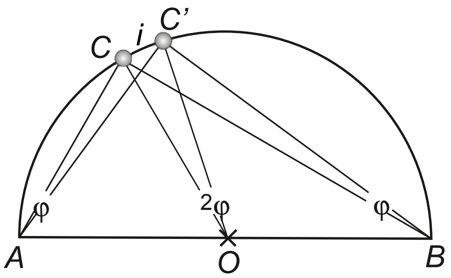


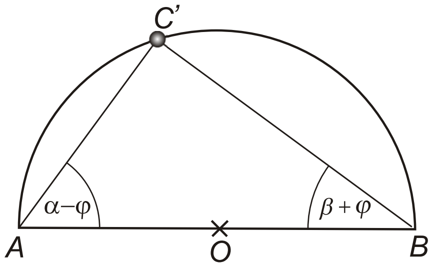
Ha a gyöngy pillanatnyi ívkitérése i, és az ehhez tartozó középponti szög 2φ, akkor a hozzá tartozó kerületi szögek φ nagyságúak. Ha a gyöngy C-ből C'-be, jobbra tért ki, akkor az A-nál rögzített rugó AB átmérővel bezárt szöge φ-vel csökkent, a B-nél rögzített rugó AB átmérővel bezárt szöge pedig φ-vel nőtt, vagyis ezek a szögek:

$$\alpha - \varphi = 60^\circ - \varphi,$$

és

$$\beta + \varphi = 30^\circ + \varphi.$$



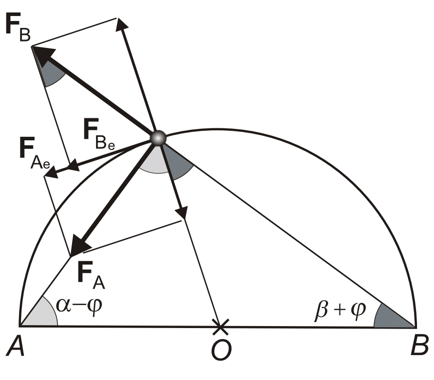


A bal oldali rugó megnyúlt, a jobb oldali összenyomódott. Legyen az általuk kifejtett erő rendre F_A, illetve F_B. A bal oldali rugó direkciós ereje D, a jobb oldalié $D/\sqrt{3}$, mivel a jobb oldali rugó nyújtatlan hossza $\sqrt{3}$-szor nagyobb. A bal oldali rugó megnyúlása: $2r\cos(60^\circ - \varphi) - r$, a húzóerő

$$F_A = Dr\left[2\cos(60^\circ - \varphi) - 1\right],$$

ennek érintőirányú komponense

$$F_{A_e} = Dr\left[2\cos(60^\circ - \varphi) - 1\right]\sin(60^\circ - \varphi).$$



A jobb oldali rugó összenyomódása: $r\sqrt{3} - 2r\cos(30^\circ + \varphi)$, a nyomóerő

$$F_B = \frac{1}{\sqrt{3}} Dr\left[\sqrt{3} - 2\cos(30^\circ + \varphi)\right],$$

ennek érintőirányú komponense

$$F_{B_e} = \frac{1}{\sqrt{3}} Dr\left[\sqrt{3} - 2\cos(30^\circ + \varphi)\right]\sin(30^\circ + \varphi).$$

Az erők érintőirányú összetevője szolgáltatja az érintőirányú gyorsulást. Mint látható, mindkét összetevő a kitéréssel ellentétes irányú, tehát a gyorsulás is ilyen irányú lesz. (A rugóerők sugárirányú összetevői és a drót által kifejtett erő ilyen összetevője a centripetális gyorsulásért „felelős”, a drót által kifejtett kényszererő függőleges összetevője pedig – függőleges irányú gyorsulás hiányában – a nehézségi erőt egyenlíti ki.) Az érintőirányú eredő összetevő nagysága $\sum F_\mathrm{e} = F_{A_\mathrm{e}} + F_{B_\mathrm{e}}$, vagyis

$$\frac{\sum F_\mathrm{e}}{Dr} = [2\cos(60^\circ - \varphi) - 1]\sin(60^\circ - \varphi) + \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\sqrt{3} - 2\cos(30^\circ + \varphi)\right]\sin(30^\circ + \varphi).$$

Átalakítások után

$$\frac{\sum F_\mathrm{e}}{Dr} = \sin(120^\circ - 2\varphi) - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin(60^\circ + 2\varphi) - \sin(60^\circ - \varphi) + \sin(30^\circ + \varphi).$$

Majd az addíciós tételek alkalmazását követően

$$\frac{\sum F_e}{Dr} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}\cos 2\varphi + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\cos\varphi + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\sin 2\varphi + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\sin\varphi.$$

Kis szögkitérések esetén $\cos x \approx 1$, és $\sin x \approx x$ miatt

$$\frac{\sum F_\mathrm{e}}{Dr} = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)2\varphi + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\varphi = \frac{9+\sqrt{3}}{6}\varphi.$$

Tehát

$$\sum F_\mathrm{e} \approx Dr\frac{9+\sqrt{3}}{6}\varphi = Dr\frac{9+\sqrt{3}}{12}2\varphi,$$

tehát $i = r \cdot 2\varphi$ miatt az eredő erő érintőirányú komponense (jobbra történő) kitérés esetén ellentétes irányú a kitéréssel, és nagysága

$$\sum F_e \approx D\frac{9+\sqrt{3}}{12}i,$$

vagyis arányos a kitéréssel. Balra történő kitérés esetén pl. φ helyett $(-\varphi)$-t helyettesítve szintén erre a megállapításra jutunk. Tehát a mozgás harmonikus rezgés, melynek direkciós állandója

$$D^* = \frac{9+\sqrt{3}}{12}D.$$

a) Ezzel a keresett idő

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{D^*}} = \pi\sqrt{\frac{3m}{(9+\sqrt{3})D}} \approx 1{,}66\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

b) A keresett sebesség pedig

$$v = v_\mathrm{max} = i_\mathrm{max}\omega = i_\mathrm{max}\sqrt{\frac{D^*}{m}} = i_\mathrm{max}\sqrt{\frac{D(9+\sqrt{3})}{12m}} \approx 0{,}95 \cdot i_\mathrm{max}\sqrt{\frac{D}{m}}.$$

2. Megoldás

a) Mivel csak konzervatív erők hatnak a csúszó gyöngyszemre, ezért a feladatot megoldhatjuk az energiamegmaradás törvényével is. Legyen $\varepsilon = 2\varphi$, és így a gyöngy sebessége:

$$v = r\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t}.$$

A rendszer teljes energiája:

$$E = \frac{1}{2}mr^2\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t}\right)^2 + \frac{1}{2}Dr^2\left[2\cos(60^\circ - \frac{\varepsilon}{2}) - 1\right]^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}Dr^2\left[\sqrt{3} - 2\cos(30^\circ + \frac{\varepsilon}{2})\right]^2.$$

Kis szögek esetén a fenti kifejezés a következő alakot veszi fel:

$$E = \frac{1}{2}mr^2\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t}\right)^2 + \frac{1}{2}Dr^2\left(3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\frac{\varepsilon^2}{4}.$$

Ez a kifejezés megfelel a rugóenergia jól ismert

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

alakjának, amiből a rezgés körfrekvenciája kiolvasható ($\omega = \sqrt{D/m}$). Ezt az analógiát felhasználva a feladatban szereplő rendszer körfrekvenciája:

$$\omega = \sqrt{\frac{D(9+\sqrt{3})}{12m}},$$

amiből a keresett idő:

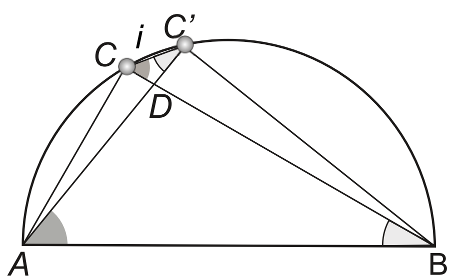
$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} = \pi\sqrt{\frac{3m}{(9+\sqrt{3})D}} \approx 1{,}66\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

b) A maximális sebességet pedig akár az energiatételből, akár az első megoldáshoz hasonló módon kaphatjuk meg:

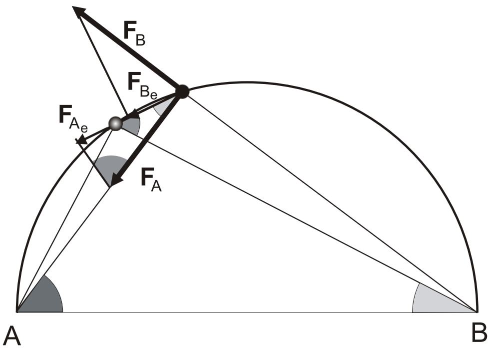
$$v_{\max} = i_{\max}\omega = i_{\max}\sqrt{\frac{D(9+\sqrt{3})}{12m}} \approx 0{,}95\cdot i_{\max}\sqrt{\frac{D}{m}}.$$

3. Megoldás

a)



Az azonos íven nyugvó kerületi szögek egyenlősége miatt $CC'A\sphericalangle = CBA\sphericalangle = 30°$, és $C'CB\sphericalangle = CAB\sphericalangle = 60° - \varphi \approx 60°$. Ezért $CDC'\sphericalangle \approx 90°$. Így a CB rugó összenyomódása CD, ami $CC' \approx i$ miatt jó közelítéssel $i \sin 30° = i/2$, az AB rugó megnyúlása pedig hozzávetőlegesen $i \sin 60° = \sqrt{3}i/2$.



A fenti közelítést folytatva az F_A és F_B rugóerők érintő irányú összetevője

$$F_{A_\mathrm{e}} = F_A \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} F_A = \frac{3}{4} Di,$$

$$F_{B_\mathrm{e}} = F_B \sin 30° = \frac{1}{2} F_B = \frac{1}{4} \frac{D}{\sqrt{3}} i.$$

Tehát az eredő erő érintőirányú összetevője

$$\sum F_\mathrm{e} = F_{A_\mathrm{e}} + F_{B_\mathrm{e}} = \frac{3}{4} Di + \frac{1}{4} \frac{D}{\sqrt{3}} i = \frac{1}{4} Di \left(3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right),$$

tehát

$$\sum F_\mathrm{e} = D \frac{9 + \sqrt{3}}{12} i,$$

ami megegyezik az első megoldás eredményével.

b) Az energiamegmaradás törvénye alapján

$$\frac{1}{2} m v_\mathrm{max}^2 = \frac{1}{2} D \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_\mathrm{max}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{D}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2} i_\mathrm{max}\right)^2,$$

amiből a keresett sebesség

$$v_\mathrm{max} = \frac{i_\mathrm{max}}{2} \sqrt{\frac{D}{m} \left(3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)},$$

az előző megoldás eredményével összhangban.

2. feladat

Egy, a Földhöz hasonló méretű bolygó felszínén a légkör normál állapotban van. Térfogatszázalékos összetétele: 40% hélium, 60% nitrogén. A felszín felett 3 kilométer magasságban az összetétel 50-50 százalékosra változik és eddig a magasságig nem változik a légkör hőmérséklete.

a) Mekkora a bolygó felszínén a légkör sűrűsége?

b) Mekkora a bolygó felszínéhez közel a nehézségi gyorsulás értéke?

c) Mekkora a légkör sűrűsége 3 kilométer magasan?

Útmutató: Állandó hőmérsékletű légoszlop esetén a nyomás magasságfüggését a következő összefüggés írja le (barometrikus magasságformula):

$$p(z) = p_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_0 g z}{p_0}},$$

itt p_0 a nyomás, ϱ_0 a sűrűség értéke $z = 0$ magasságban, g a nehézségi gyorsulás értéke a felszínhez közel, e pedig a természetes alapú logaritmus alapszáma ($\mathrm{e} \approx 2{,}72$).

Megoldás

*a)*Az állapotegyenletet ($pV = NkT = nRT$) vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a térfogatszázalékos összetétel megegyezik a részecskeszám szerinti, illetve mólszám szerinti százalékos összetétellel. Így már könnyen meghatározhatjuk a légkört jellemző átlagos moláris tömeget:

$$\bar{M} = \frac{0{,}4n \cdot 4\,\mathrm{g/mol} + 0{,}6n \cdot 28\,\mathrm{g/mol}}{n} = 18{,}4\,\mathrm{g/mol}.$$

Alakítsuk át az állapotegyenletet, majd fejezzük ki a légkör sűrűségét a bolygó felszínéhez közel:

$$\varrho_0 = \frac{p_0 \bar{M}}{RT_0},$$

ahol a nullás indexű tényezők a normál állapotú gáz jellemzői: $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$, $T_0 = 273\,\mathrm{K}$. Helyettesítsünk be:

$$\varrho_0 = \frac{10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 18{,}4\,\mathrm{g/mol}}{8{,}31\,\mathrm{J/(K \cdot mol)} \cdot 273\,\mathrm{K}} = 811\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

b) Számoljuk ki a bolygófelszín közelében lévő gáz komponenseinek sűrűségét is:

$$\varrho_{\mathrm{He},0} = 0{,}4 \cdot \frac{10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 4\,\mathrm{g/mol}}{8{,}31\,\mathrm{J/(K \cdot mol)} \cdot 273\,\mathrm{K}} = 71\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3},$$

$$\varrho_{\mathrm{N_2},0} = 0{,}6 \cdot \frac{10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 28\,\mathrm{g/mol}}{8{,}31\,\mathrm{J/(K \cdot mol)} \cdot 273\,\mathrm{K}} = 740\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

A két sűrűség összege természetesen kiadja a légkör teljes sűrűségét. $z = 3$ kilométer magasságban a két gáz összetétele 50-50%-ra változik. Ez azt is jelenti, hogy a gázkeverék részleges nyomásai egyenlőek. Az útmutatóban megadott barometrikus magasságformula segítségével írjuk fel ezt az egyenlőséget:

$$p_{\mathrm{He},0} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_{\mathrm{He},0} g z}{p_{\mathrm{He},0}}} = p_{\mathrm{N_2},0} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_{\mathrm{N_2},0} g z}{p_{\mathrm{N_2},0}}},$$

ahol $p_{\mathrm{He},0} = 0{,}4p_0$ és $p_{\mathrm{N_2},0} = 0{,}6p_0$. Ezt az egyenletet rendezve, a nehézségi gyorsulást kifejezve:

$$\frac{p_{\mathrm{He},0}}{p_{\mathrm{N_2},0}} = \mathrm{e}^{\frac{\varrho_{\mathrm{He},0} g z}{p_{\mathrm{He},0}} - \frac{\varrho_{\mathrm{N_2},0} g z}{p_{\mathrm{N_2},0}}},$$

amiből

$$g = \frac{\ln \frac{p_{\mathrm{He},0}}{p_{\mathrm{N_2},0}}}{\left(\frac{\varrho_{\mathrm{He},0}}{p_{\mathrm{He},0}} - \frac{\varrho_{\mathrm{N_2},0}}{p_{\mathrm{N_2},0}}\right)\cdot z} = 12{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Megjegyzés: A nehézségi gyorsulás értéke a bolygó felszínén, illetve 3 km magasban gyakorlatilag megegyezik.

c) Vizsgáljuk a légkört komponensenként. A hélium és a nitrogén nyomása 3 km magasságban:

$$p_{\mathrm{He}} = p_{\mathrm{He},0}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_{\mathrm{He},0} g z}{p_{\mathrm{He},0}}} = 37400\,\mathrm{Pa},$$

$$p_{\mathrm{N_2}} = p_{\mathrm{N_2},0}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_{\mathrm{N_2},0} g z}{p_{\mathrm{N_2},0}}} = 37400\,\mathrm{Pa}.$$

3000 méter magasan a légkör komponenseinek sűrűsége:

$$\varrho_{\mathrm{He}} = \frac{p_{\mathrm{He}} M_{\mathrm{He}}}{RT_0} = 65{,}9\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}, \quad \varrho_{\mathrm{N_2}} = \frac{p_{\mathrm{N_2}} M_{\mathrm{N_2}}}{RT_0} = 461\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

A gázkeverék sűrűsége egyenlő a komponensek sűrűségeinek összegével:

$$\varrho = \varrho_{\mathrm{He}} + \varrho_{\mathrm{N_2}} = 527\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

Megjegyzés: Nagyon csábító lehet a következő gondolat. Az állapotegyenlet átalakított alakját

$$p = \varrho\frac{RT}{M}$$

vizsgálva megállapíthatjuk, hogy a sűrűség magasságfüggésére is felírhatunk egy hasonló függvényt, mint ami az útmutatásban a nyomás magasságfüggését írja le:

$$\varrho(z) = \varrho_0\cdot \mathrm{e}^{-\frac{\varrho_0 g z}{p_0}}.$$

Helyettesítsünk be:

$$\varrho(3000\,\mathrm{m}) = 594\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}.$$

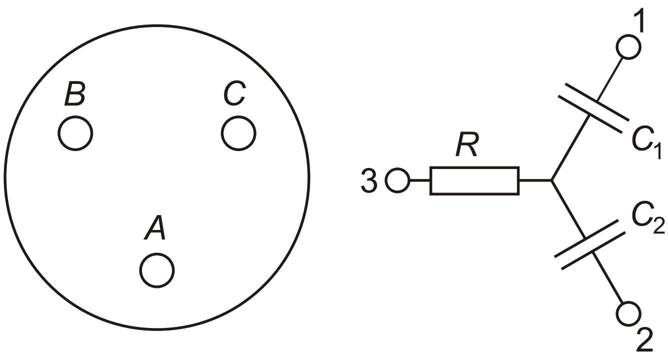
Ez a megoldás hibás, mert a felhasznált függvény csak homogén összetételű gázra igaz. A feladat viszont éppen arra próbált rávilágítani, hogy az összetétel változik a magassággal.

A Föld esetében az oxigén és a nitrogén összetétele is változik a magasság függvényében (az oxigén aránya csökken, a nitrogéné pedig növekszik), de mivel ennek a két gáznak a moláris tömege meglehetősen közel áll egymáshoz, ezért az összetétel változása nem túlságosan jelentős.

3. feladat

Egy doboz az ábrán látható három kivezetéssel rendelkezik, A, B és C. A dobozban csillagkapcsolásban egy R ellenállás és két, C_1, C_2 kapacitású kondenzátor van. Egy 120 V effektív feszültségű, kétféle frekvenciájú, szinuszos jelet adó feszültséggenerátort kapcsolva az egyes kimenetekre az alábbi effektív áramerősségeket mértük:

f (Hz)	I_{AB} (mA)	I_{AC} (mA)	I_{BC} (mA)
200	100,4	37,1	28,3
1000	203,6	142,6	141,4



Határozzuk meg az ellenállás és a kapacitások értékét! Melyik kivezetéshez melyik áramköri elem csatlakozik?

Útmutatás: Egy kondenzátor szinuszosan váltakozó árammal szembeni ellenállása (impedanciája) $1/(\omega C)$, ahol ω a váltakozó áram körfrekvenciája. Egy ellenállással sorba kapcsolt kondenzátor váltakozó árammal szembeni eredő ellenállását Pithagorasz-tétellel adhatjuk meg.

Megoldás

Írjuk fel az 12, 13 és a 23 pontok közötti impedanciát. Az 12 kivezetések között sorba kötött kondenzátorokat, míg az 13 és a 23 között sorba kötött ellenállást és kondenzátort találunk:

$$Z_{12} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}, \tag{1}$$

$$Z_{13} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_1^2}}, \tag{2}$$

$$Z_{23} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}, \tag{3}$$

ahol $\omega = 2\pi f$, a generátor által kiadott jel körfrekvenciája. Mivel a BC pontok között mért áramerősség a frekvenciával arányosan változik meg, ezért (1) alapján azt állapíthatjuk meg, hogy a B és C pontok között a két kondenzátort találjuk. Másrészt a mért adatokból látszik, hogy mindkét frekvencián az áramerősség nagyobb az AB pontok között, mint az AC pontok között. Vagyis (2) vagy (3) alapján azt mondhatjuk, hogy ahol nagyobb az effektív áramerősség, ott kisebb az impedancia, azaz nagyobb kapacitású kondenzátor helyezkedik el. Tehát a nagyobb kapacitású kondenzátor a B ponthoz kapcsolódik, az ellenállás pedig az A-hoz.

Legyen a nagyobb kapacitás a C_2! Ebben az esetben $Z_{12} = Z_{BC}$, $Z_{13} = Z_{AC}$ és $Z_{23} = Z_{AB}$. Határozzuk meg az impedanciákat a mérési adatokból az $U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ kifejezés alapján. Az eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza.

f (Hz)	Z_{AB} (Ω)	Z_{AC} (Ω)	Z_{BC} (Ω)
200	1195	3235	4240
1000	589	842	849

A fenti három egyenletből fejezzük ki a C_1 és C_2 kapacitásokat. Az (1) egyenlet felhasználásával (3) átírható:

$$Z_{AB}^2 = R^2 + \left(Z_{BC} - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2.$$

A (2) egyenletből:

$$Z_{AC}^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2.$$

Ezt a kettőt kivonva egymásból, C_1-re egy elsőfokú egyenletet kapunk, amiből azt kifejezve:

$$C_1 = \frac{1}{\omega}\,\frac{2Z_{BC}}{Z_{BC}^2 + Z_{AC}^2 - Z_{AB}^2},$$

illetve C_2-t is megadhatjuk:

$$C_2 = \frac{1}{\omega}\,\frac{2Z_{BC}}{Z_{BC}^2 - Z_{AC}^2 + Z_{AB}^2}.$$

Mindkét frekvenciára kiszámolva, és egészre kerekítve:

f (Hz)	C_1 (nF)	C_2 (nF)
200	250	755
1000	250	753

Tehát a mérés eredménye két jegy pontosan: $C_1 = 250$ nF, $C_2 = 750$ nF, és a 750 nF-os kondenzátor van a B kivezetéshez kötve.

Az ellenállás értékét (2) vagy (3) egyenletekből adhatjuk meg a kiszámolt C_1 vagy C_2 értékekkel: $R = 550\ \Omega$.

Megjegyzés: A megadott táblázat adatai mérési eredmények, melyek mérési hibát is tartalmaznak. A kérdéses értékek meghatározásához nem szükséges az összes megadott adat felhasználása. Ennek megfelelően közel 3%-os eltérés is lehetséges, ha a kért értékeket más adatok felhasználásával számítjuk.

Értékelési útmutató

1. feladat

a)	A húzóerő felírása:	3 pont
	A húzóerő érintőirányú összetevőjének felírása:	2 pont
	A nyomóerő felírása:	3 pont
	A nyomóerő érintőirányú összetevőjének felírása:	2 pont
	Az eredő érintőirányú összetevőjének és az ívkitérés kapcsolatának helyes meghatározása:	3 pont
	A keresett idő megadása:	2 pont
b)	A keresett sebesség meghatározása:	5 pont
	Összesen:	**20 pont**

2. feladat

a)	Az átlagos moláris tömeg meghatározása:	3 pont
	A légkör sűrűsége a bolygó felszínén:	3 pont
b)	Annak felismerése, hogy a barometrikus formula a gázelegy komponenseire vonatkozik:	3 pont
	A komponensek sűrűségei a felszínhez közel:	4 pont
	A nehézségi gyorsulás meghatározása:	4 pont
c)	A gázkeverék sűrűsége 3 km magasan:	3 pont
	Összesen:	**20 pont**

3. feladat

Eredő impedanciák felírása R, C_1, C_2 és ω segítségével:	6 pont
Eredő impedanciák kiszámítása $U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}}$ alapján:	6 pont
Kivezetések és áramköri elemek csatlakozása:	3 pont
Ennek indoklása:	2 pont
R, C_1, C_2 számszerű eredménye:	3 pont
Összesen:	**20 pont**

A megoldásban vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár.